

「蟻は力持ちか」二乗三乗の法則で考えてみる

埼玉県立大学看護学科教授 柴村英道

皆さんは二乗三乗の法則をご存じでしょうか。これは、面積は長さの二乗に比例し、体積は長さの三乗に比例するということなのです。

たとえば相似な二つの円柱 A と B があり、A の半径は B の半径の 10 倍とします。A の断面積は B の断面積の 100 倍、A の体積は B の体積の 1000 倍であるということです。このわかりきったことになぜ二乗三乗の法則などと大層な名前がついているのでしょうか？

この法則を応用して少し考えてみましょう。

(A) 蟻は力持ちか

蟻は自分の体重の 5 倍の重さの物をあごでくわえて持ち上げて運ぶことができるようです。あなたは、どのくらいの重さの物を持ち上げることができますか。重量挙げの世界記録は、選手の体重の 2 倍くらいの重さのようです。しかしこれは一瞬持ち上げているだけで、体重の 2 倍のものを遠くへ運ぶのは難しそうです。人間はたるんでいるのかもしれませんが。ゾウはどうでしょうか。ゾウが自分の体重の 2 倍以上のものを持ちあげているのを見たことがありますか。これも無理そうです。

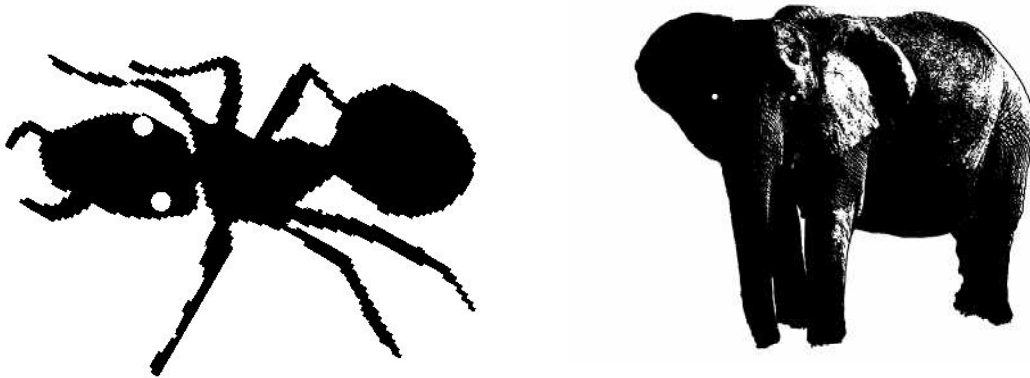


図 1 ゾウと蟻のプロポーション

図 1 でゾウと蟻の体のプロポーションを比べてください。ゾウの足はとても太くみえませんが、蟻の足は細くてスマートです。この細い足で重いものを持ち上げるとは、蟻は何か秘密の力を持っているのでしょうか。蟻といっても様々ですが、このアリは胴の長さが 5 mm 程度です。ゾウについては、アフリカゾウは鼻長を含めた体長が 6~7.5 m、アジアゾウは少し小さめといます。ここではゾウの胴の長さを 5 m とみることにしましょう。するとゾウの長さは蟻の長さの約 1000 倍です。

プロポーションはそのままで胴の長さを 1000 分の 1 に縮小したゾウを考えるとこれは蟻と同じくらい大きさです。これをマイクロゾウと名付けましょう。体重は体積に比例しますから、マイクロゾウの体重は普通のゾウの 10 億 ($1000 \times 1000 \times 1000$) 分の 1 です。これに対してマイクロゾウの足の断面積は普通のゾウの足の断面積の 100 万 (1000×1000) 分の 1 です。すると足の断面積あたりにかかる体重は、マイクロゾウでは、 $(10 \text{ 億分の } 1) \div (100 \text{ 万分の } 1) = (1000 \text{ 分の } 1)$ になります。つまりマイクロゾウの体重は 10 億分の 1 になり、大きく減少しましたが、断面積は 100 万分の 1 で、体重ほど大きくは減少しないのです。断面積あたりにかかる加重をストレスといいます。マイクロゾウの足にかかるストレスはゾウの場合の 1000 分の 1 に減っています。一般に、これ以上大きなストレスをかけると壊れてしまうという限界ストレスは物質で決まっています。マイクロゾウの足が普通のゾウとおなじ骨や筋肉などでできているとしますと、断面積を 1000 分の 1 にしてもかかるストレスは普通のゾウの場合と同じです。要するに、骨や筋肉の限界ストレスは変わりませんから、マイクロゾウは、自分の体重の 1,000 倍の重さに耐えられるはずで

蟻が、自分の重さの 5 倍のものを軽々と持ち上げるのは秘密の力を持っているからではないのです。小さい動物は、二乗三乗の法則のため見掛け上、力持ちに見えるのです。

(B) 世界一大きな動物

最大の動物はシロナガスクジラで長さ 20~30 m、体重 100~200 トンで、過去の動物を含めても最大とされています。陸上で現在体重が最大の動物はゾウです。これより重い動物がないのも二乗三乗の法則の影響が考えられます。ゾウのプロポーションですが先ほど見たように足の太さが目立ちます。ゾウの体重を支えるためにあの太さが必要なわけですが、もしもっと大きな動物がいたとすると、より足の太さの割合が大きなプロポーションにしないかぎり足にかかるストレスが大きくなってしまい、限界ストレスの値に近づくと骨折の危険が増すか、あるいはすばやく動けないという不都合が考えられます。ゾウよりもずっと足の割合が大きなプロポーションにしたとすれば、頭を小さくするか、胴体を小さくするなど、どこかを削り体重を減らす必要があります。大きな動物にも苦勞は絶えないのです。昔の恐竜には、クジラほどではなくともゾウより大型のものがいました。かれらは、体が大きいため苦勞をしていたものと考えられます。この点クジラなどは、海水の浮力のため苦勞して体を支える必要がないので大きくなっていいわけです。その代り大きなクジラなどが海岸に打ち上げられると、海水の浮力の助けがなくなりますから、自分の体が支えられなくなり、呼吸困難に陥ります。

(C) まとめ

人間が自分の体重の 2 倍の物を持ち上げるのが限界であるなら、寸法が 1000 分の 1 の人間もやはりその体重の 2 倍の物を持ち上げるのが限界だろうとなんとなく思っています。これが実際は正しくないと言うわけです。このように寸法を変えたら物事がどうなるかを

考えるのがスケーリング理論と呼ばれています。今回はスケーリング理論のもっとも単純な例として、二乗三乗の法則を紹介しました。

参考文献：生物の形とバイオメカニクス、ステファン ウェインライト著、本川達雄訳、東海大学出版会